

基于单纯形法的量子粒子群优化算法

任小康,郝瑞芝,孙正兴,史变霞

(西北师范大学 数学与信息科学学院,甘肃 兰州 730070)

摘 要: 针对粒子群优化算法容易陷入局部极值点,进化后期收敛慢和优化精度较差等缺点,提出了将单纯形搜索法与量子粒子群算法混合的改进算法,更好的平衡了全局搜索和局部搜索能力.仿真结果表明,该算法效率高、优化性能好,其性能远远优于一般的粒子群算法与量子粒子群算法.

关键词: 量子粒子群算法;单纯形法;全局优化

中图分类号: TP18

文献标识码: A

文章编号: 1000-7180(2010)01-0154-04

Quantum _ Behaved Particle Swarm Optimization Algorithm Based on Simplex Method

REN Xiao-kang, HAO Rui-zhi, SUN Zheng-xing, SHI Bian-xia

(College of Mathematics & Information Technology, Northwest Normal University, Lanzhou 730070, China)

Abstract: In allusion to particle swarm optimization algorithm (PSO) many defects such as being easy to get into local extremum, slow convergence in the end of evolution stage and low computational precision. A quantum _ behaved particle swarm optimization algorithm (QPSO) with simplex method (SQPSO) is proposed, which can better balance the global searching and local searching ability. The experiment result demonstrated that SQPSO is of high efficiency, and of excellent optimum performance, It is of much better performance to PSO and QPSO.

Key words: QPSO; simplex method; global optimization

1 引言

作为新一代的群体智能优化算法的一个典型代表,粒子群算法以其简单有效的随机搜索算法,在模式识别、函数优化、神经网络系统以及其它工程领域得到了广泛的应用.但粒子群优化算法容易陷入局部极值点,在进化后期收敛慢,粒子趋于同一化,失去了多样性,优化精度较差.为了进一步提高收敛速度和精度,避免陷入局部最优,文中将局部搜索能力较强的单纯形法与随机的全局优化搜索新方法量子粒子群算法结合,提出了一种基于单纯形法的量子粒子群算法.

2 粒子群优化算法与量子粒子群优化算法

2.1 粒子群优化算法

粒子群优化算法 (particle swarm optimization,

PSO)是 Kennedy 和 Eberhart 于 1995 年提出的一种最新发展的模拟自然界群体生物间社会行为的仿生优化算法.它源于以对鸟群觅食行为的研究,其基本思想是通过群体中个体之间的协作和共享来寻找最优解.

假设在 D 维搜索空间中,有 M 个粒子组成粒子群, $x_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{iD})$ 为粒子 i 在 D 维空间中的当前位置, $v_i = (v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iD})$ 为粒子 i 在 D 维空间中的飞行速度, $p_{id} = (p_{i1}, p_{i2}, \dots, p_{iD})$ 为粒子 i 迄今为止搜索到的最优位置, $p_{gd} = (p_{g1}, p_{g2}, \dots, p_{gD})$ 为整个粒子群迄今为止搜索到的最优位置.对每一代粒子,其第 d 维速度和位置为:

$$v_{id} = w * v_{id} + c_1 r_1 (p_{id} - x_{id}) + c_2 r_2 (p_2 - x_{id}) \quad (1)$$

$$x_{id} = x_{id} + v_{id} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} V_{id} &= V_{\max} & \text{if } V_{id} > V_{\max} \\ V_{id} &= V_{\min} & \text{if } V_{id} < V_{\min} \end{aligned} \quad (3)$$

式中, $i = 1, 2, \dots, M; d = 1, 2, \dots, D; w$ 为惯性权值, c_1 和 c_2 是学习因子; r_1 和 r_2 是 $[0, 1]$ 之间的随机数; $[V_{\max}, V_{\min}]$ 是粒子运动速度的限制范围。

在标准的 PSO 中算法中, 粒子是通过个体极值 p_i 与全局极值 p_g 靠近来实现全优的, 然而对于一些最优点远离 p_i 和 p_g 的问题, 用标准的 PSO 算法很难解决。而且粒子的收敛是以轨道的形式实现的, 因此在搜索过程中粒子的搜索空间是一个有限的区域, 不可能覆盖整个可行的空间^[1]。

2.2 量子粒子群优化算法

2004 年, 孙俊等人从量子力学的角度, 提出一种新的量子粒子群优化 (quantum _ behaved particle swarm optimization, QPSO) 算法^[2-3], 这种算法以 DELTA 势阱为基础, 认为粒子具有量子行为。由于在量子空间中的粒子满足聚集态的性质完全不同, 粒子移动时没有确定的轨迹, 这使粒子可以在整个可行解空间中进行探索寻找全局最优解, 因而 QPSO 算法的全局搜索能力远远优于经典的 PSO 算法。在量子空间中, 粒子的速度和位置是不能同时确定的。通过波函数来描述粒子的状态, 并通过求解薛定谔方程得到粒子在空间某一点出现的概率密度函数, 又通过蒙特卡罗随机模拟方式得到粒子的位置方程。

在 QPSO 算法中, 设种群规模为 M , 在进化过程中, 粒子以一定概率取加或减, 更新每个粒子的位置, 并生成新的粒子群体在具有量子行为的粒子群优化算法中, 粒子的主要迭代公式为:

$$p_{id} = a * p_{id} + (1 - a) * p_{id} \quad (4)$$

$$mbest = \frac{1}{M} \sum_{i=1}^M p_{id} \quad (5)$$

$$x_{id} = p_{id} \pm B * |mbest - x_{id}| * \ln(1/u) \quad (6)$$

式中, a 与 u 与为 $[0, 1]$ 的随机数, m 为粒子的种群数, B 为收缩扩张系数, $mbest$ 是粒子群 p_{id} 的中心位置。从式(5)中可以看出, QPSO 算法控制参数少, 设置简单, 搜索能力强, 而且引入了粒子位置的随机指数分布, 增强了全局优化能力。

3 单纯形法的量子粒子群优化算法

3.1 单纯形法

单纯形法^[4] (simple method, SM) 也称为可变多面体搜索法, 是一种传统的无约束最优化直接算

法。它计算量小、搜索速度快, 具有较强的局部搜索能力。它的基本原理是: 在 n 维空间中, 用 $n+1$ 个顶点构成一个多面体, 求出各顶点的适应值, 并确定其中的最优点、次优点和最差点, 然后通过反射、扩张、收缩或压缩等策略找出一个较好点, 取代最差点, 从而构成新的多面体, 这样重复迭代可以找到或逼近一个最优点。单纯形法由一个随机生成的初始单纯形开始, 按如下过程不断改变单纯形的形状进行搜索: 首先, 找出目标函数值最大的顶点 W 、目标函数值最小的顶点 B 和目标函数值次大的顶点 N_w ; 然后求出除 W 外的 D 个顶点的形心 $\bar{C}$, 计算出 W 关于 $\bar{C}$ 的反射点 R 。若 R 处的目标函数值 f_R 小于 B 点的函数值, 则在该方向上向外执行一次扩张; 否则, 若 f_R 大于 N_w 点的函数值, 则在该方向上向内执行一次收缩。当该方法探测到“谷底”时, 在各个方向上均向内执行一次收缩, 使单纯形整体更接近最低点, 然后进入下一次迭代。

图 1 显示的是在一次迭代过程中, 二维单纯形中几种不同的点。其中, W 代表最差点, 它将在一次迭代中被某个探索点取代; R 表示反射点, E 为扩张点, C^+ 和 C^- 代表正向收缩点及反向收缩点。在一次迭代中, 可能被接受的探索点和接受条件分别为:

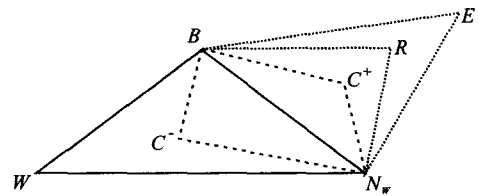


图1 单纯形搜索的几种不同的探索点

$$R = \bar{C} + a(\bar{C} - w), \text{ 如果 } f_B < f_R < f_{N_w}$$

$$E = \bar{C} + r(\bar{C} - w), \text{ 如果 } f_R < f_B$$

$$C^+ = \bar{C} + B^+(\bar{C} - w), \text{ 如果 } f_{N_w} < f_R < f_B$$

$$C^- = \bar{C} + B^-(\bar{C} - w), \text{ 如果 } f_R > f_{N_w}$$

其中, a 、 r 、 B^+ 和 B^- 分别是反射因子、扩张因子、正向收缩因子和反向收缩因子^[5]。

3.2 基于单纯形法的量子粒子群算法

量子粒子群算法简单有效, 收敛速度快, 具有较强的搜索能力, 但是, 算法运行过程中, 某粒子若发现一个当前最优位置, 其他粒子就会迅速向其靠拢, 而当此最优位置为一局部最优点时, 粒子群就不能在解空间内重新搜索新的全局极值, 算法容易出现早熟收敛情况。针对这种情况, 文中提出了基于单纯形法的量子粒子群算法, 将 QPSO 强大的随机全局

搜索能力与 SM 精确的局部搜索能力结合,算法首先用量子粒子群算法进行全局搜索,然后用单纯形法进行局部优化,在搜索过程中,以 QPSO 的优化结果作为局部搜索的起点、利用局部搜索的结果指导 QPSO 的搜索方向,达到脱离局部最优、提高搜索效率的目的.为了判断量子粒子群优化算法在运行过程中是否陷入局部最优^[6],出现了早熟收敛现象.文中根据粒子群的群体适应度标准差 S 和理论最优值或经验最优值,给出了收敛判断的依据.

$$S = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (f_i - f_{ave})^2} \quad (7)$$
$$f_{ave} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n f_i$$

其中, n 为粒子群的群体规模, f_i 为第 i 个粒子的适应度, f_{ave} 为粒子群目前的平均适应度. 粒子群的群体适应度标准差 S 反映所有粒子的“收敛”程度. S 越小, 粒子群趋于收敛; 反之粒子群处于随机搜索状态. 也就是说, 当 S 等于零时, 粒子群优化算法达到全局收敛或局部收敛.

单纯形法的量子粒子群算法的具体流程:

- (1) 初始化各参数;
- (2) 根据式 (5) 计算种群的平均最好位置 m_{best} ;
- (3) 计算粒子的适应值;
- (4) 每个粒子的适应值与粒子个体最好位置 p_i 比较, 如果前者较好, 则将其作为当前个体的最好位置;
- (5) 每个粒子的适应值与全局最好位置 p_g 比较, 如果前者较好, 则将其作为当前全局的最好位置;
- (6) 根据 QPSO 算法的进化方程式 (6) 更新粒子的新位置;
- (7) 根据式 (7) 计算种群的适应度标准差 S , 如果 $S < C$ (判断种群是否陷入早熟收敛, C 的值根据具体情况而定), 此时用单纯形法进行局部搜索, 若满足 SM 结束条件, 将 SM 的结果回代到 QPSO;
- (8) 若满足停止条件 (通常达到预定迭代次数或足够好的适应值), 则搜索结束, 输出全局历史最优位置与全局历史适应值为所求结果. 否则返回 (4).

4 仿真实验与分析

以求一个典型的基准测试函数为例, 用基本粒子群算法 (PSO)、量子粒子群算法 (QPSO) 和单纯形量子粒子群算法 (SQPSO) 进行仿真试验. 基于上述

三种算法在 MATLAB 中开发算法工具箱来求解 Griewank 函数^[7].

$$f(x) = \frac{1}{4000} \sum_{i=1}^D x_i^2 - \prod_{i=1}^D \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right) + 1$$

当 $(-600 < x_i < 600)$ 称为 Griewank 函数, 此函数是多峰函数, 极难找到全局最优值. 在 $x_i = 0 (i = 1, 2, \dots, D)$ 时达到全局最优值, 最优值为零.

实验通过固定进化迭代次数来评估算法性能. 具体参数设置为: 种群规模为 20, 以上函数理论最优值为 0, 固定进化迭代次数为 500, 算法独立运行 50 次, 实验结果如表 1、图 2 和图 3.

表 1 三种算法下的性能结果比较

维数	算法	平均最优值	迭代次数
5	PSO	2.0371	500
	QPSO	0.5335	500
	SQPSO	0.0175	500
10	PSO	1.8573	500
	QPSO	0.4586	500
	SQPSO	0.0031	500

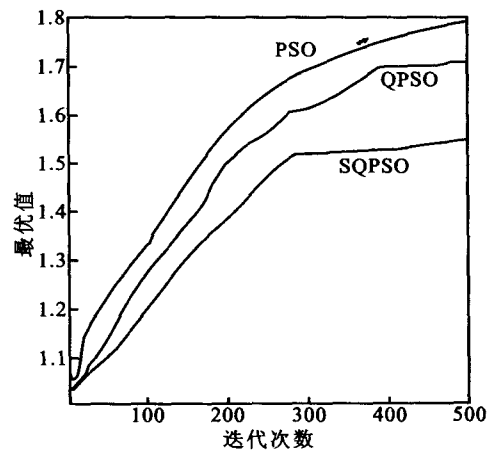


图 2 5 维 Griewank 函数的平均在线性能曲线

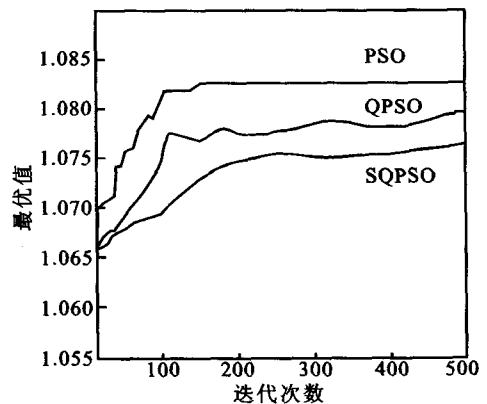


图 3 5 维 Griewank 函数的平均离线性能曲线

由表1可以看出,针对不同的维数,SQPSO算法的平均最优值明显好其它两种算法.图2与图3是5维Griewank函数采用三种算法运行50次后得到的平均在线性能与离线性能曲线,其中在线性能测试动态特性,反映了算法搜索最优适应值的演变过程,而离线性能测试收敛特性反映了一代种群的总体性能.从图2和图3可以看出,文中的算法很快收敛于全局最优解,且动态性能稳定,搜索效率高.

5 结束语

文中提出了一种非线性单纯形搜索与量子粒子群算法的混合优化算法,该算法将单纯形法与量子粒子群算法的优点有机的结合起来,不仅保持了QPSO算法简单易实现的优点,而且提高了算法在解空间的探索能力和收敛精度,更好地平衡了粒子的全局搜索与局部搜索能力.仿真结果表明,该算法具有较高的优化性能,对解决大规模、高维、非线性等复杂的工程问题有借鉴意义.

参考文献:

- [1] Eberhart R, Kennedy J. A new optimizer using particles swarm theory[C]//Proc Sish International Symposium on Micro Machine and Human Science. Japan, Nagoya, IEEE Servicecenter, Piscataway, 1995:39-43.

- [2] Sun J, Feng B, Xu WB. Particle swarm optimization with particles having quantum behavior [C]//Proceedings of 2004 Congress on Evolution Computation. China, Jiangsu, Piscataway, NJ: IEEE Press, 2004: 325-331.
- [3] Sun Jun, Feng Bin, Xu Wenbo. A global search strategy of quantum-behaved particleswarm optimization[C]//IEEE Conference on Cybernetics and Intelligent System. China, Wuxi, Piscataway NJ: IEEE Press, 2004: 1111-16.
- [4] Nelder J, Mead R. A simplex method for function minimization[J]. Computer Journal, 1965(7):308-31.
- [5] 王芳, 邱玉辉. 一种引入单纯形法算子新颖粒子群算法[J]. 信息与控制, 2005, 34(5):517-522.
- [6] 熊伟丽, 徐保国. 带变异算子的改进粒子群算法研究[J]. 计算机工程与应用, 2006(26):1-3.
- [7] 林星, 冯斌. 混沌量子粒子群优化算法[J]. 计算机工程与设计, 2008, 29(10):2610-2612.

作者简介:

任小康 男, (1965-), 硕士, 教授, 硕士生导师. 研究方向为多媒体信息处理.

郝瑞芝 女, (1985-), 硕士研究生. 研究方向为多媒体信息处理.

孙正兴 男, (1985-), 硕士研究生. 研究方向为多媒体信息处理.

史雯雯 女, (1980-), 硕士研究生. 研究方向为数据挖掘.

(上接第153页)

实现的基于断言的验证方法. 这一方法应用在一个UART的RTL级Verilog模型的功能验证中. 仿真器使用Synopsys VCS 7.2. 在仿真过程中“边角问题”可以很容易检查, 设计缺陷和错误可以在波形上或输出报表里明显的显示出来. 此外, 断言覆盖率也可以直接用于功能覆盖率分析. 实验结果表明文中的方法提高了设计的可观察性, 并且适用于设计的RTL级模型的功能验证.

参考文献:

- [1] Ziv A. Cross-product functional coverage measurement with temporal properties-based assertion [C] // Proceedings of Design, Automation and Test in Europe Conference and Exhibition. IEEE Comput. Soc, Los Alamitos, CA, USA, 2003:834-839.
- [2] 褚晓滨, 陆铁军, 宗宇. 结合断言与覆盖率为导向的验证

方法[J]. 微电子学与计算机, 2008, 25(11): 139-142.

- [3] Yeung P, Subramanian S. Applying assertion-based formal verification to verification hot spots [M]. USA: Wilsonville Mentor Graphics Technical Library, 2007.
- [4] 闫沫, 刘钊远. SystemVerilog语言在数字系统设计中的应用[J]. 微电子学与计算机, 2008, 25(6): 127-131.
- [5] Foster H. Integrating formal verification into a traditional flow[M]. Mentor Graphics White Paper, 2006.
- [6] Vijayaraghavan S, Ramanathan M. System verilog assertions应用指南[M]. 北京: 清华大学出版社, 2006: 133-143.

作者简介:

李洋洋 女, (1983-), 硕士研究生. 研究方向为VLSI设计与验证.